$$\prod_{i=0}^{i<n}[x\cos(\frac{i\pi}{n})+y\sin(\frac{i\pi}{n})]-z=0$$

Für n = 6 gilt

$$[x\cos(\frac{0\pi}{6})+y\sin(\frac{0\pi}{6})][x\cos(\frac{1\pi}{6})+y\sin(\frac{1\pi}{6})]$$
$$[x\cos(\frac{2\pi}{6})+y\sin(\frac{2\pi}{6})][x\cos(\frac{3\pi}{6})+y\sin(\frac{3\pi}{6})]$$
$$[x\cos(\frac{4\pi}{6})+y\sin(\frac{4\pi}{6})][x\cos(\frac{5\pi}{6})+y\sin(\frac{5\pi}{6})]-z=0$$

Mit

$$\begin{aligned}
&\cos(\frac{0\pi}{6})=\cos(0°)=1 && && \sin(\frac{0\pi}{6})=\sin(0°)=0\\
&\cos(\frac{1\pi}{6})=\cos(30°)=\frac{\sqrt{3}}{2} && && \sin(\frac{1\pi}{6})=\sin(30°)=\frac{1}{2}\\
&\cos(\frac{2\pi}{6})=\cos(60°)=\frac{1}{2} && \text{und} && \sin(\frac{2\pi}{6})=\sin(60°)=\frac{\sqrt{3}}{2}\\
&\cos(\frac{3\pi}{6})=\cos(90°)=0 && && \sin(\frac{3\pi}{6})=\sin(90°)=1\\
&\cos(\frac{4\pi}{6})=\cos(120°)=-\frac{1}{2} && && \sin(\frac{4\pi}{6})=\sin(120°)=\frac{\sqrt{3}}{2}\\
&\cos(\frac{5\pi}{6})=\cos(150°)=-\frac{\sqrt{3}}{2} && && \sin(\frac{5\pi}{6})=\sin(150°)=\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

erhalten wir

$$[x]\left[\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}y\right]\left[\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y\right][y]\left[-\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y\right]\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}y\right]-z=0$$

$$x\,y\left[\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}y\right]\left[\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y\right]\left[-\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y\right]\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}y\right]-z=0$$

Jetzt wird das Ausmultiplizieren etwas komplizierter, deshalb gehen wir schrittweise vor. Wir führen A, B, C und D ein.

$$x\,y[A\cdot B\cdot C\cdot D]-z=0$$

$$A=\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}y$$
$$B=\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y$$
$$C=-\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y$$
$$D=-\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}y$$

Um das Ausmultiplizieren zu vereinfachen stellen wir die Gleichungen etwas um.

$$A=\frac{1}{2}y+\frac{\sqrt{3}}{2}x$$
$$B=\frac{\sqrt{3}}{2}y+\frac{1}{2}x$$
$$C=\frac{\sqrt{3}}{2}y-\frac{1}{2}x$$
$$D=\frac{1}{2}y-\frac{\sqrt{3}}{2}x$$

Jetzt nutzen wir die binomische Formel aus einer Formelsammlung.

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Danach müssen wir A mit D und B mit C multiplizieren.

$$E=A\cdot D=\left[\frac{1}{2}y+\frac{\sqrt{3}}{2}x\right]\cdot\left[\frac{1}{2}y-\frac{\sqrt{3}}{2}\right]=\frac{1}{4}y^2-\frac{3}{4}x^2$$

$$F=B\cdot C=\left[\frac{\sqrt{3}}{2}y+\frac{1}{2}x\right]\cdot\left[\frac{\sqrt{3}}{2}y-\frac{1}{2}x\right]=\frac{3}{4}y^2-\frac{1}{4}x^2$$

Im nächsten Schritt multiplizieren wir E mit F.

$$E\cdot F=\left[\frac{1}{4}y^2-\frac{3}{4}x^2\right]\cdot\left[\frac{3}{4}y^2-\frac{1}{4}x^2\right]=\frac{3}{16}y^4-\frac{1}{16}x^2y^2-\frac{9}{16}x^2y^2+\frac{3}{16}x^4$$
$$E\cdot F=\frac{3}{16}y^4-\frac{10}{16}x^2y^2+\frac{3}{16}x^4$$

Damit erhält man für n = 6

$$x\,y\left[\frac{3}{16}x^4-\frac{10}{16}x^2y^2+\frac{3}{16}y^4\right]-z=0$$

Das Ergebnis der Formel.